Complément au chapitre 4 : limites de fonction

Valentin Melot — Terminale spé maths A

1er décembre 2020

Question 1 : Soit f définie sur $[x_0, +\infty[R$. Montrer qu'il y a équivalence entre les propositions suivantes :

(i) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.

(ii) $\forall A \in \mathbf{R}, \exists M'_A \in \mathbf{R}$ t.q. $\forall x \geqslant M'_A, f(x) \geqslant \frac{A}{2}$.

(iii) $\forall A \in \mathbf{R}, \exists M''_A \in \mathbf{R}$ t.q. $\forall x \geqslant 2 \times M''_A, f(x) \geqslant A$

Question 2 : Démontrer la propriété 6 du cours.

Question 3 : Soit f définie sur $[x_0, +\infty[$. On suppose que pour tout A et $B \in \mathbf{R}_+$, il existe un $x \geqslant A$ tel que $f(x) \geqslant B$ et un $y \geqslant A$ tel que $f(y) \leqslant -B$. Démontrer que f n'admet pas de limite égale à $+\infty$ ni à $-\infty$ en $+\infty$. Construire un exemple d'une telle fonction.

Question 4 : Soit f définie sur $[x_0, +\infty[$. Démontrer l'équivalence entre les deux propositions suivantes :

(i) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

(ii) Pour toute suite $(u_n)_{n \in \mathbf{N}}$ divergeant vers $+\infty$, $(f(u_n))_{n \in \mathbf{N}}$ est une suite divergente vers $+\infty$.