

# Complément de cours : conditions nécessaires, conditions suffisantes, conditions nécessaires et suffisantes

Valentin Melot — Terminale spé maths A

30 novembre 2020

Principe : un très grand nombre de propriétés mathématiques consistent en l'énoncé d'implications, c'est-à-dire de résultats de la forme « si  $P$ , alors  $Q$  ».

## 1 Conditions nécessaires, conditions suffisantes

Soit  $P$  et  $Q$  deux propositions mathématiques. L'ensemble des phrases suivantes ont le même sens :

- Si  $P$ , alors  $Q$
- $P$  implique  $Q$  (souvent noté  $P \implies Q$ )
- $Q$  est impliqué par  $P$  (parfois noté  $Q \impliedby P$ )
- $P$  seulement si  $Q$ .
- $Q$  si  $P$
- $Q$  car  $P$
- Il faut que  $Q$  soit vraie pour que  $P$  soit vraie
- $Q$  est une condition nécessaire pour  $P$
- Il suffit que  $P$  soit vraie pour que  $Q$  soit vraie
- $P$  est une condition suffisante pour  $Q$

Pour s'en convaincre, on pourra essayer de remplacer  $P$  par « j'ai mon permis de conduire » et  $Q$  par « j'ai au moins 18 ans ».

## 2 Conditions nécessaires et suffisantes

Soit  $P$  et  $Q$  deux propositions mathématiques. L'ensemble des phrases suivantes ont le même sens en mathématiques :

- D'une part si  $P$  alors  $Q$ ; d'autre part si  $Q$  alors  $P$
- $P$  équivaut à  $Q$  (souvent noté  $P \iff Q$ )
- $P$  et  $Q$  sont équivalentes
- $P$  si et seulement si  $Q$  (ou  $P$  ssi  $Q$ )
- Il faut et il suffit que  $P$  soit vraie pour que  $Q$  soit vraie
- $P$  est une condition nécessaire et suffisante pour  $Q$
- Dire  $P$  revient à dire  $Q$

Pour s'en convaincre, on pourra essayer de remplacer  $P$  par « j'ai mon baccalauréat » et  $Q$  par « j'ai eu une moyenne générale supérieure à 10 au baccalauréat ».